

Bâle 2 : Le modèle IRB Corporate

Master gestion des risques

Finance Factory

Abdelkader Bousabaa

19 Novembre 2008

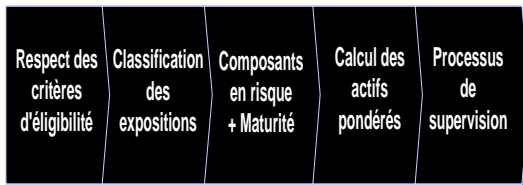
Contexte

La méthode IRB avancée est basée sur les estimations internes de trois grandeurs majeures :

- Les probabilités de défaillance : PD
- La perte en cas de défaut : LGD
- L'exposition en cas de défaut : EAD

Mais, une banque qui décide d'adopter cette méthode ne peut avoir une exigence en fonds propres inférieure à 90% de celle calculée avec la méthode simple la première année et à 80% la deuxième année.

Homologation



- Emprunteurs souverains
- Banques
- Entreprise
- Banque de détail
- Financements de projets
- Equity

L'exigence de fonds propres

Les actifs pondérés en risque (Risk Weighted Asset) :

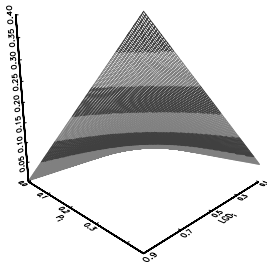
$$RWA = 12.5 \times EAD \times K (PD, LGD, M)$$

L'exigence de fonds propres normalisée :

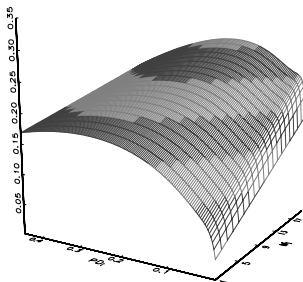
$$K = LGD \times \left[\Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\rho(PD)} \times \Phi^{-1}(99.9\%)}{\sqrt{1 - \rho(PD)}} \right) - PD \right] \\ \times \left(\frac{1 + (M - 2.5) \times b(PD)}{1 - 1.5 \times b(PD)} \right)$$

Visuellement

Perte moyenne

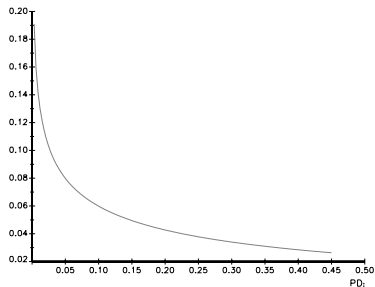


Charge en capital



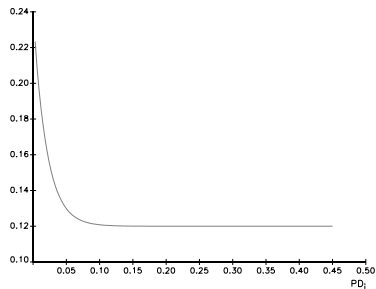
L'ajustement en maturité

$$b(PD) = (0.11852 - 0.05478 \times \ln(PD))^2$$



La fonction de prise en compte des corrélations

$$\rho(PD) = 0.12 \times \frac{1 - e^{-50 \times PD}}{1 - e^{-50}} + 0.24 \times \frac{1 - (1 - e^{-50 \times PD})}{1 - e^{-50}}$$



Risk Weighted Assets (1/2)

$$RWA = 12.5 \times EAD \times LGD \times PD_{cond}(PD, M)$$

- Un modèle multiplicatif qui dissocie clairement toutes les sensibilités qu'il reprend.
- On retrouve effectivement nos 3 "Risk Components" auxquels est venu s'ajouter la maturité.
- Une formule calibrée pour permettre la prise en compte des risques exceptionnels (et non des risques récurrents).

Risk Weighted Assets (2/2)

- 12.5 : c'est l'inverse de 8%. Le futur ratio Mc Donough conserve le niveau cible du ratio Cooke à 8%.
- La fonction benchmark joue un rôle central puisqu'elle a permis de calibrer les courbes de consommation de fonds propres pour créer une véritable incitation à la méthode IRB.

L'exigence de fonds propres normalisée

$$K = LGD \times \left[\Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\rho(PD)} \times \Phi^{-1}(99.9\%)}{\sqrt{1 - \rho(PD)}} \right) - PD \right] \\ \times \left(\frac{1 + (M - 2.5) \times b(PD)}{1 - 1.5 \times b(PD)} \right)$$

- Le premier terme représente la somme des pertes exceptionnelles (*Unexpected Loss*) associées à un portefeuille infiniment granulaire de prêts de maturité 1 an.
- Le deuxième terme représente un coefficient d'ajustement de la maturité. Il est positif dès lors que la maturité est supérieur à 1 an.
- Le facteur d'échelle (976.5 : $f(PD = 0.7\%, LGD = 50\%)$) a disparu.

La sensibilité à la maturité

$$b(PD) = (0.08451 - 0.05898 \times \log(PD))^2$$

- Il s'agit de la sensibilité de la pondération par rapport à la maturité.
- Lorsque b est nulle, la maturité n'a plus d'influence.
- Pour des probabilités de défaut variant entre 0% et 100%, ce terme est toujours strictement inférieur à 2/3. La positivité du terme en maturité est ainsi assurée.

La fonction de corrélation

$$\rho(PD) = 0.12 \times \frac{1 - e^{-50 \times PD}}{1 - e^{-50}} + 0.24 \times \frac{1 - (1 - e^{-50 \times PD})}{1 - e^{-50}}$$

- Pourquoi cette forme contre-intuitive ?
- Un simple degré de liberté permettant la calibration des courbes d'Unexpected Loss.

Comprendre l'origine du premier terme dans K

$$\Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\rho(PD)} \times \Phi^{-1}(99.9\%)}{\sqrt{1 - \rho(PD)}} \right)$$

D'après le comité de Bâle, la fonction K a été calibrée en utilisant un modèle gaussien à 1 facteur (Merton).

Si on appelle Z_i la valeur normalisée de l'actif :

$$Z_i = \sqrt{\rho}X + \sqrt{1 - \rho}\varepsilon_i$$

Justification du modèle

La défaillance intervient lorsque l'actif Z_i passe en dessous d'un certain niveau d'endettement (également normalisé) symbolisé par la barrière B_i

$$D_i = 1 \iff Z_i < B_i \iff \Phi(Z_i) < P_i$$

Justification du modèle

Si on suppose la normalité et l'indépendance des distributions, on peut interpréter les différents paramètres.

- La probabilité de défaillance conditionnelle

$$\begin{aligned}
 P_i &= \Pr [D_i = 1|X] = \Pr [Z_i < B_i|X] = \Pr \left[\sqrt{\rho}X + \sqrt{1-\rho}\varepsilon_i < B_i \right] \\
 &= \Pr \left[\varepsilon_i < \frac{B_i - \sqrt{\rho}X}{\sqrt{1-\rho}} \right] \\
 &= \Phi \left(\frac{B_i - \sqrt{\rho}X}{\sqrt{1-\rho}} \right)
 \end{aligned}$$

- La probabilité de défaillance non conditionnelle

$$p_i = \Pr [Z_i < B_i] = \Phi (B_i)$$

Justification du modèle

On en déduit tout naturellement :

$$P_i = \Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(p_i) - \sqrt{\rho}X}{\sqrt{1-\rho}} \right)$$

Et si on se fixe un intervalle de confiance identique à celui du comité de Bâle de 99.9%, on obtient :

$$P_i = \Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(p_i) + \sqrt{\rho} \times \Phi^{-1}(99.9\%)}{\sqrt{1-\rho}} \right)$$

Probabilité de défaillance

Lorsque la créance considérée est protégée par une technique de couverture, la probabilité de défaillance ajustée PD^* est la probabilité de défaillance PD_G du garant : un transfert à 100%.

IRB Fondation

$$PD^* = w \times PD + (1 - w) \times PD_G$$

où w est le facteur de risque résiduel (0% ou 15%).

Perte en cas de défaillance

Les banques peuvent utiliser leurs propres estimations.

IRB Fondation

Les pertes en cas de défaillance (LGD) sont réglementaires (50% ou 75%).
En cas de sûretés, la perte en cas de défaillance ajustée LGD^* est donnée par

$$LGD^* = \max \left\{ \begin{array}{l} w \times LGD \\ \left(1 - (1 - w) \times \frac{G}{EAD} \right) \times LGD \end{array} \right.$$

où G est la valeur ajustée des sûretés.

La maturité

Il s'agit de la durée résiduelle avec un plancher égal à 1 an.

IRB Fondation

Elle n'intervient pas explicitement.

L'exposition en cas de défaut

Il s'agit de l'encours nominal du crédit.

IRB Fondation

Il s'agit de l'encours nominal du crédit.

Conclusion

Le régulateur propose ainsi une méthode plus sensible au risque de crédit !

Bibliographie

- www.finance-factory.fr